

① 次の問いに答えなさい。

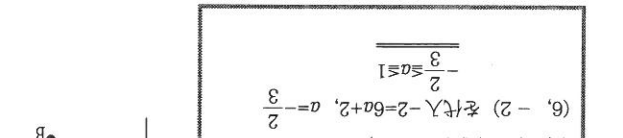
(1) $3-2^2 \div 3 - (1-2^2)^2 \div 3 \times (3 \times (-2)^2)$ を計算しなさい。
 $= 3 - 8 \div 3 - 3 - \left[1 - 4 \times \frac{1}{8} \right]^2 \div 3 \times (-8)$
 $= 3 - \frac{8}{3} - \left(1 - \frac{1}{2} \right)^2 \times \frac{1}{3} \times (-8)$
 $= 3 - \frac{8}{3} - \frac{1}{8} \times \frac{1}{3} \times (-8) = \frac{3}{3} - \frac{8}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{7}{3} = -\frac{4}{3}$

(2) $(2x+1)^2 - (x+3)^2 - x^2 + 4$ を因数分解しなさい。
 $= 4x^2 + 4x + 1 - x^2 - 9 - 6x - 9 - x^2 + 4 = 2x^2 - 2x - 4 = 2(x^2 - x - 2)$
 $= 2(x-2)(x+1)$

(3) $x = 1 - \sqrt{5}$ のとき、 $x^2 - 2x - 4$ の値を求めなさい。
与式 $= x^2 - 2x + 1 - 5 = (x-1)^2 - 5 \sim$ 代入
与式 $= (1 - \sqrt{5} - 1)^2 - 5 = (-\sqrt{5})^2 - 5 = 5 - 5 = 0$

(4) $x^2 - 7x + 5 = 0$
 $x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 20}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{29}}{2}$
 $x = \frac{7 \pm \sqrt{29}}{2}$
 $x^2 + 5x - 14 = 0$
 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-5 \pm 9}{2}$
 $x = 2, -7$
 $x = -14 \pm \sqrt{196 - 100}$
 $x = \frac{-14 \pm \sqrt{96}}{2} = \frac{-14 \pm 4\sqrt{6}}{2}$
 $x = -7 \pm 2\sqrt{6}$
 $5x^2 + 14x + 5 = 0$
 $x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 - 100}}{10} = \frac{-14 \pm \sqrt{96}}{10} = \frac{-14 \pm 4\sqrt{6}}{10}$
 $x = -\frac{7}{5} \pm \frac{2\sqrt{6}}{5}$
 $5x^2 + 14x + 5 = 0$

(5) 右の図のように、2点A(3, 5)、B(6, -2)がある。直線 $y = ax + 2$ が、線分 AB と交点をもつときの a の変域を求めなさい。



(6) 次の表は、30人の生徒が受けた5点満点の小テストの結果である。このとき、下の資料の中央値を求めなさい。ただし、資料を値の小さい方から順に左から並べるとき、左半分の資料を下位の資料と、右半分の資料を上位の資料と見なす。

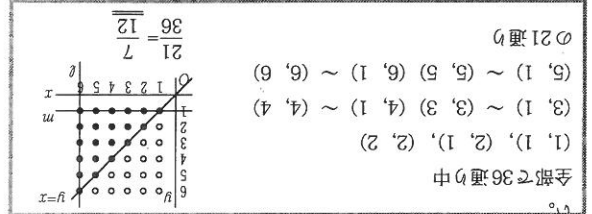
Table with columns: 点数 (Score), 人数 (Number of students). Row 1: 5 points, 4 students. Row 2: 4 points, 5 students. Row 3: 3 points, 3 students. Row 4: 2 points, 2 students. Row 5: 1 point, 2 students. Row 6: 0 points, 1 student.

(7) Aさん、Bさんの2人が次のゲームを行う。ゲームは、1回ごとに10点ずつ出し合い、勝った方は15点もちょうどとすることができる。ただし、引き分けはないとする。Aさん、Bさんはそれぞれ200点ずつの持ち点でゲームを始め、17回目を終えたとき、Aさんの持ち点は、Bさんの持ち点のちょうど2倍になった。Aさんが勝った回数は何回であるか求めなさい。

設ける
 $200 + 5x - 10(17 - x) = 2(200 + 5(17 - x) - 10x)$
 $200 + 5x - 170 + 10x = 400 + 170 - 10x - 20x$
 $45x = 540, x = 12$
12回

(8) 右の図のような平行四辺形 ABCD において、点 E は辺 CD 上にあり、線分 AC と線分 BE の交点を F とする。△ABF の面積は 16、△ABF の面積は 25 のとき、AF : FC を最も簡単な整数の比で表しなさい。

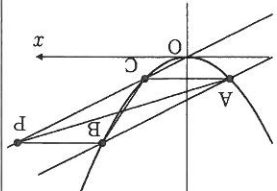
② (6) 1) を通り y 軸に平行な直線を l 、(0, 1) を通り x 軸に平行な直線を m さいころの出た目を a 、小さいさいころの出た目を b とし、座標平面上に点 P (a, b) とする。次の問いに答えなさい。
(1) P が曲線 $y = x^2$ 上にある確率を求めなさい。
(2) P が l, m 、直線 $y = x$ で囲まれた部分の周および内部にある確率を求めなさい。



(3) P が m, n 、曲線 $y = x^2$ 、曲線 $y = \frac{6}{x^2}$ で囲まれた部分の周および内部にある確率を求めなさい。
(6, 6) の17通り
(4, 5), (4, 6), (5, 5), (5, 6)
(3, 5), (3, 6), (4, 3), (4, 4)
(2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)
(1, 1), (2, 1), (2, 2), (2, 3)
全部で36通り中

(2014年・H26年度入試問題)

① 右の図のように、関数 $y = ax^2 \dots \textcircled{1}$ のグラフ Γ が2点 A(-2, 1)、B(b, 4) を通る。また、原点 O を通り直線 AB に平行な直線と $\textcircled{1}$ のグラフと交点 C 、原点以外の点 D とする。次の問いに答えなさい。



(2) 点 C の座標を求めなさい。
 $y = ax^2$ に (-2, 1) を代入 $1 = 4a, a = \frac{1}{4}$
 $y = \frac{1}{4}x^2$ に (b, 4) を代入 $4 = \frac{1}{4}b^2, b^2 = 16, b > 0$ より、 $b = 4$
 $a = \frac{1}{4}, b = 4$

(2) 点 C の座標を求めなさい。
AB//OC で傾きは $\frac{4-1}{-2-0} = -\frac{3}{2}$ なので、OC は $y = \frac{1}{2}x$
 $y = \frac{1}{2}x$ と $y = \frac{1}{4}x^2$ とを連立させると、
 $\frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{2}x \Rightarrow x^2 = 2x \Rightarrow x(x-2) = 0$
 $x > 0$ より、 $x = 2$
 $y = \frac{1}{2} \times 2 = 1$
C(2, 1)

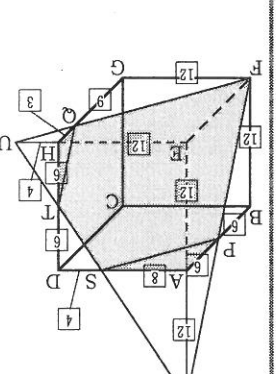
② (6) 1) を通り y 軸に平行な直線を l 、(0, 1) を通り x 軸に平行な直線を m さいころの出た目を a 、小さいさいころの出た目を b とし、座標平面上に点 P (a, b) とする。次の問いに答えなさい。
(1) P が曲線 $y = x^2$ 上にある確率を求めなさい。
(2) P が l, m 、直線 $y = x$ で囲まれた部分の周および内部にある確率を求めなさい。

④ 1 辺の長さが 12cm の立方体 ABCD-EFGH の頂点 A, P, B, C を結ぶ四面体 APBC の体積を求めなさい。
(1) 線分 EU の長さを求めなさい。
△FGQ ∽ △UHQ なので
 $FG : UH = GQ : HQ$
 $12 : x = 9 : 3, x = 4$
 $EU = 12 + 4 = 16\text{cm}$

(1) より、 $EU = 16\text{cm}, EF = 12\text{cm}$
△BFP ≡ △ARP より、 $RA = 12\text{cm}$ 、よって $RE = 24\text{cm}$
 $12 \times 16 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 768$
 768 cm^3

(9) 三角すい R-EFGH と立方体 ABCD-EFGH が重なっている部分の体積を求めなさい。

△REU ∽ △THU なので
 $TH = 6\text{cm}, DT = 6\text{cm}$
△DST ≡ △HUT より、
 $SD = 4\text{cm}, AS = 12 - 4 = 8\text{cm}$
三角錐 RAPS =
 $6 \times 8 \times \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} = 96$
三角錐 THQU =
 $3 \times 4 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} = 12$
 $768 - 96 - 12 = 660 \text{ cm}^3$



(2) 2人の速さの比 a : b を最も簡単な整数の比で表しなさい。

太郎の時間 + 25分 = 次郎の時間
 $\frac{30a + 30b}{30a + 30b} + 25 = \frac{a}{30a + 30b}$
 $\frac{a}{30} + 25 = \frac{b}{30a + 30b}$
 $30 \times \frac{a}{30} + 25 \times (30a + 30b) = b$
 $30a + 25 \times 30a + 25 \times 30b = b$
 $30a + 750a + 750b = b$
 $780a + 750b = b$
 $780a = b - 750b = -20b$
 $a : b = 1 : 2$

(3) 2人が初めて出会った後、次郎さんがA地点を通るまで何分かかったかを求めなさい。
PからBまで太郎さんが12分歩いたのでPB=12a
(2) より $b = \frac{3}{2}a$ なので、次郎さんはPB間を $12a \div \frac{3}{2}a = 18$ 分歩いた。
よって、太郎さんはAP間を18分歩いたので、AP=18a
だから、次郎さんはAP間を歩くのに $18a \div \frac{3}{2}a = 27$ 分かかった。

太郎の時間 + 25分 = 次郎の時間
 $\frac{30a + 30b}{30a + 30b} + 25 = \frac{a}{30a + 30b}$
 $\frac{a}{30} + 25 = \frac{b}{30a + 30b}$
 $30 \times \frac{a}{30} + 25 \times (30a + 30b) = b$
 $30a + 750a + 750b = b$
 $780a + 750b = b$
 $780a = b - 750b = -20b$
 $a : b = 1 : 2$