

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $-3 \div (-\frac{3}{5}) + 2 \times \frac{9}{6}$ (2) $12x^7 \div (2x)^3 \times x^3$

$$= -9 \times (-\frac{5}{3}) + 8 \times \frac{9}{6} = 15 + 12 = 27$$

$$= \frac{12x^7 \times x^3}{4x^2} = 3x^8$$

(3) $x = 1 + \sqrt{3}$ のとき、 $x^2 + 3x + 2$ の値を求めなさい。

$$= (x+1)(x+2) = (1+\sqrt{3}+1)(1+\sqrt{3}+2) = (\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}+3) = 3+5\sqrt{3}+6 = 9+5\sqrt{3}$$

(4) 2次方程式 $3x^2 - x - 5 = 0$ を解きなさい。

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 3 \times (-5)}}{2 \times 3} = \frac{1 \pm \sqrt{1+60}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{61}}{6}$$

(5) 関数 $y = -\frac{3}{8}x^2$ で、 x の値が2から6まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

$$-\frac{3}{8}(2+6) = -3$$

(6) y は x に反比例し、 $x=3$ のとき $y=2$ である。この関数において x の変域を $2 \leq x \leq 6$ とするとき、 y の変域を答えなさい。

$$a = xy = 3 \times 2 = 6, y = \frac{6}{x}. x=2$$
 のとき $y=3, x=6$ のとき $y=1, 1 \leq y \leq 3$

(7) 5本のくじの中に当たりくじが2本入っている。この中から1本を引き、引いたくじをもとにもどさず、さらに1本を引く。このとき、少なくとも1本の当たりくじを引く確率を求めなさい。ただし、どのくじを引くことも、同様に確からしいものとする。

当1, 当2, ハ1, ハ2, ハ3と分けて、全20通り中2本ともはずれは6通り。よって、 $1 - \frac{6}{20} = \frac{7}{10}$

(8) 下の表は10人の生徒の10点満点の小テストの結果であり、B, Hの2人は欠席したため、下の表では空欄になっている。この2人には翌日に同じ小テストを行ったところ、10人の得点の平均値は6点であった。このとき、次の問いに答えなさい。

生徒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
得点	5		7	5	3	7	10		3	4

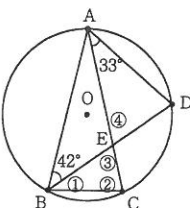
① 欠席した2人の得点の平均値は何点か求めなさい。

B, Hを除く8人の合計は、 $5+7+5+3+7+10+3+4=44$ 点。
10人の合計は $6 \times 10 = 60$ 点。B + Hは16点。平均は $16 \div 2 = 8$ 点

② BはHよりも得点が低く、Bと同じ得点の人数が最も多かった。このとき、10人の中央値は何点か求めなさい。

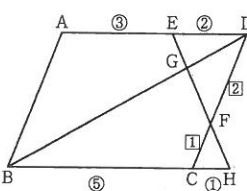
平均8点、 $B < H$ なので、 $(B, H) = (7, 9)$ または $(6, 10)$
Bと同じ得点が最多なので $B=7, H=9$ 。よって、下位から3, 3, 4, 5, 5, 7, 7, 7, 9, 10で中央値は $\frac{5+7}{2} = 6$ 点

(9) 右の図のように、 $AB = AC$ の二等辺三角形ABCの各頂点が円Oの周上にあり、点Bを含まない弧AC上に点Dを、 $\angle CAD = 33^\circ$ であるようにとったところ、 $\angle ABD = 42^\circ$ であった。このとき、ACとBDの交点をEとして、 $\angle AED$ の大きさを求めなさい。



- ① 弧CDに対する円周角で 33° , ② 二等辺三角形の底角で 75°
③ $180 - 33 - 75 = 72^\circ$, ④ 対頂角で $\angle AED = 72^\circ$

(10) 右の図のように、平行四辺形ABCDの辺AD上にAE:ED=3:2となる点Eをとり、辺CD上にCF:FD=1:2となる点Fをとる。また、線分BDと線分EFの交点をG、直線BCと直線EFの交点をHとする。このとき、 $\triangle DEG$ の面積をS、 $\triangle BHG$ の面積をTとして、S:Tを最も簡単な整数の比で表しなさい。



AE:ED=3:2で、BC=5
 $\triangle DEF \sim \triangle CHF$ で $DE:CH = DF:CF = 2:1$
 $\triangle DEG \sim \triangle BHG$ で $DE:BH = 2:(5+1) = 1:3$
よって面積比は $S:T = 1^2:3^2 = 1:9$

2 図のようなパソコンの画面上に、入力した数値が表示される場所(セル)Aと、入力した数値をもとに、計算した値を表示する場所(セル)P, Q, Rがある。入力した数値をxとすると、

- Pは $ax^2 - 16$ の値を表示し、
- Qは $bx + c$ の値を表示し、
- Rは P, Qの値の和を表示する。

このとき、次の問いに答えなさい。
(1) Aに5が表示されているとき、Pに34が表示された。このとき、aの値を求めなさい。

$ax^2 - 16$ に $x=5$ を代入。 $25a - 16 = 34, 25a = 50, a = 2$

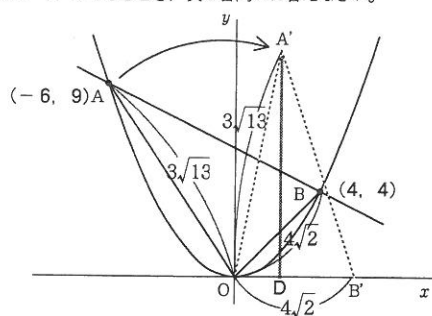
(2) Aに-3が表示されているとき、Qに15が表示され、Aに4が表示されているとき、Qに-6が表示された。このとき、bとcの値を求めなさい。

$x=-3, x=4$ を代入、 $-3b+c=15$ ①, $4b+c=-6$ ②
①-② $-7b=21, b=-3, 9+c=15, c=6, b=-3, c=6$

(3) Rに-8が表示されているとき、Aに表示される数値を2つ答えなさい。ただし、a, b, cは(1), (2)で求めた値である。

$P = 2x^2 - 16, Q = -3x + 6$ なので、
 $R = P + Q = (2x^2 - 16) + (-3x + 6) = 2x^2 - 3x - 10$
 $2x^2 - 3x - 10 = -8, 2x^2 - 3x - 2 = 0$
 $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-2)}}{2 \times 2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4} = \frac{8}{4}, \frac{-2}{4}$
よって、 $x=2, -\frac{1}{2}$

3 下の図のように、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に2点A, Bがある。A, Bのx座標がそれぞれ-6, 4であるとき、次の各問いに答えなさい。



(1) 直線ABの式を求めなさい。

$y = \frac{1}{4}x^2$ に $x=-6$ を代入 $y = \frac{1}{4} \times (-6)^2 = 9$, 点A(-6, 9)
 $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x=4$ を代入 $y = \frac{1}{4} \times 4^2 = 4$, 点B(4, 4)
 $a = \frac{4-9}{4-(-6)} = \frac{-5}{10} = -\frac{1}{2}, y = -\frac{1}{2}x + b$ に (4, 4)
 $4 = -2 + b, b = 6, y = -\frac{1}{2}x + 6$

(2) $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

直線ABとy軸との交点Cは点C(0, 6)
 $\triangle AOC = 6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 18, \triangle BOC = 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 12$
 $\triangle AOB = 18 + 12 = 30$

(3) $\triangle AOB$ を原点Oを回転の中心として、時計の針の回転と同じ向きに、点Bが初めてx軸上にくるまで回転移動させる。この移動によって、図のように点BがB'に、点AがA'にきたとき、A'の座標を求めなさい。

A'からOB'に垂線を引き交点をDとする。
O(0, 0)とB(4, 4)の距離は $1:1:\sqrt{2} = 4:4:4\sqrt{2}$
よって、 $OB = OB' = 4\sqrt{2}$

(2)より $\triangle AOB = \triangle A'OB' = 30$ なので、高さA'D=hとして
 $4\sqrt{2} \times h \times \frac{1}{2} = 30, 2\sqrt{2}h = 30, h = \frac{30}{2\sqrt{2}} = \frac{15\sqrt{2}}{2}$

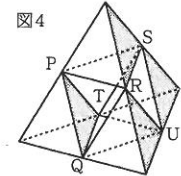
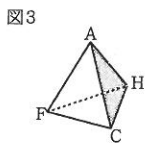
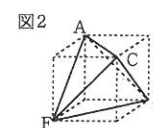
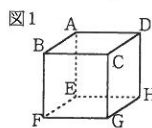
よって、点A'のy座標は、 $y = \frac{15\sqrt{2}}{2}$

O(0, 0)とA(-6, 9)の距離は、三平方の定理で
 $OA = OA' = \sqrt{6^2 + 9^2} = \sqrt{36 + 81} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$

$\triangle OA'D$ で、 $OD = x$ として、
 $x^2 + (\frac{15\sqrt{2}}{2})^2 = (\sqrt{117})^2, x^2 + \frac{225}{2} = 117, x^2 = \frac{234}{2} - \frac{225}{2}$

$x^2 = \frac{9}{2}, x > 0$ より $x = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$
よって、 $A'(\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{15\sqrt{2}}{2})$

4 図1のように、1辺の長さが2cmの立方体ABCD-EFGHがある。図2のように、この立方体の4つの頂点A, C, F, Hを結んでできる正四面体ACFHを考える。図3は、この正四面体ACFHを取り出したものである。図4は、図3と同じ大きさの正四面体を4つ用いて、頂点と頂点が重なるように積み上げたものであり、重なった頂点を図のようにP, Q, R, S, T, Uとする。このとき、次の各問いに答えなさい。



(1) 正四面体ACFHの1辺の長さを求めなさい。

1辺が2cmの正方形の対角線の長さなので、 $2\sqrt{2}$ cm

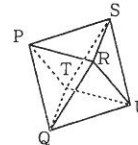
(2) 正四面体ACFHの体積を求めなさい。

立方体-三角錐 $\times 4$
 $2 \times 2 \times 2 - 2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{3} \times 4 = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3} \text{ cm}^3$

(3) 図4において、立体PQRSTUはどんな立体か。下の㉠~㉣の中から1つ選び、記号で答えなさい。

- ㉠ 正三角すい ㉡ 正四角すい ㉢ 正三角柱 ㉣ 正六角柱
- ㉤ 正八角柱 ㉥ 正四面体 ㉦ 正六面体 ㉧ 正八面体
- ㉨ 正十二面体 ㉩ 正二十面体

右の図のような正八面体になる ㉧



(4) 図4において、2点P, Uを結んでできる線分PUの長さを求めなさい。

四角形PRUTは1辺が $2\sqrt{2}$ cmの正方形。
PUは、その正方形の対角線なので、 $2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4$ cm

(5) 図3の正四面体ACFHの体積は、図4の立体PQRSTUの体積の何倍か。

正八面体PQRSTUは正四角すいS-PRUTの2個分
正四角すいS-PRUTは、底面が1辺 $2\sqrt{2}$ cmの正方形で、
 $SQ = PU = 4$ cmから高さは $4 \div 2 = 2$ cmなので、
正八面体の体積は $2 \times 2 \times 2 \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{32}{3} \text{ cm}^3$ 。
正四面体ACFHは(2)より、 $\frac{8}{3} \text{ cm}^3$ なので、
 $\frac{8}{3} \div \frac{32}{3} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{32} = \frac{1}{4}$ 倍