数 国立高専 表　氏名 解　答　点

（2015年・H27年度入試問題）　15⑤　各5点×20個

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $-3^2+\frac{5}{2}\div\left(-\frac{5}{4}\right)+(-3)^2$ を計算しなさい。

$=-9+\frac{5}{2}\times\left(-\frac{4}{5}\right)+9=-9-2+9=\underline{-2}$

(2) $5\sqrt{12}-\frac{18}{\sqrt{3}}+\sqrt{75}$ を計算しなさい。

$=5\times2\sqrt{3}-\frac{18\sqrt{3}}{3}+5\sqrt{3}=10\sqrt{3}-6\sqrt{3}+5\sqrt{3}=\underline{9\sqrt{3}}$

(3) $(x-4)^2-10(x-4)-24$ を因数分解しなさい。

$=A^2-10A-24=(A+2)(A-12)=(x-4+2)(x-4-12)=\underline{(x-2)(x-16)}$

(4) $x=3-\sqrt{5}$ のとき，$x^2-6x+10$ の値を求めなさい。

$=(3-\sqrt{5})^2-6(3-\sqrt{5})+10=9-6\sqrt{5}+5-18+6\sqrt{5}+10=\underline{6}$

※別解 $x^2-6x+9+1=(x-3)^2+1=(3-\sqrt{5}-3)^2+1=(-\sqrt{5})^2+1=5+1=\underline{6}$

(5) 2つの関数 $y=x^2$ と $y=8x-3$ について，x の値が a から $a+3$ まで増加するときの変化の割合が等しい。このとき，a の値を求めなさい。

$1\{a+(a+3)\}=8$，$2a+3=8$，$2a=5$，$\underline{a=\frac{5}{2}}$

$y=ax^2$ で x が s から t まで変化するときの変化の割合は $a(s+t)$
1次関数の変化の割合は傾きと等しい。

(6) 関数 $y=-3x+b$ について，x の変域が $-4\leqq x\leqq2$ のとき，y の変域は $-8\leqq y\leqq10$ である。このとき，b の値を求めなさい。

グラフは右下がりなので，$(-4, 10)$，$(2, -8)$ を通る直線
$(-4, 10)$ を代入。$10=12+b$，$\underline{b=-2}$

(7) 1から6までの目が出る大小2つのさいころを同時に投げるとき，出る目の数の和が素数になる確率を求めなさい。ただし，2つのさいころは，どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

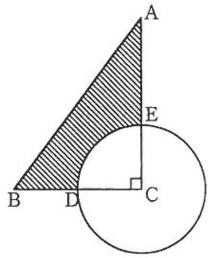
和が素数「2，3，5，7，11」全36通り中15通り
(1，1)，(1，2)，(1，4)，(1，6)，(2，1)
(2，3)，(2，5)，(3，2)，(3，4)，(4，1)
(4，3)，(5，2)，(5，6)，(6，1)，(6，5)
$\frac{15}{36}=\underline{\frac{5}{12}}$

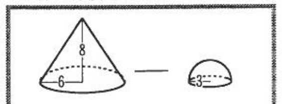
(8) 右の表は，ある学級の生徒の片道の通学時間をまとめたものである。表の（ア），（イ）にあてはまる数値を求めなさい。

通学時間	人数(人)	相対度数
分以上 分未満		
0～15	3	
15～30	（イ）	
30～45	14	
45～60	9	0.25
60～75	2	
75～90	1	
合計	（ア）	

$9\div$（ア）$=0.25$，（ア）$=9\div0.25=36$
（イ）$=36-(3+14+9+2+1)=36-29=7$　$\underline{ア=36,\ イ=7}$

(9) 右の図の△ABCは，BC＝6cm，CA＝8cm，∠ACB＝90°の直角三角形である。線分BCの中点をDとする。また，点Cを中心とし，線分CDを半径とする円をかき，線分ACとの交点をEとする。このとき，直線ACを軸として，斜線部分の図形ABDEを1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

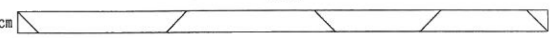




できる立体は半径6cm，高さ8cmの円すいから半径3cmの半球を取り除いたもの $6\times6\times\pi\times8\times\frac{1}{3}-\frac{4}{3}\pi\times3^3\times\frac{1}{2}=96\pi-18\pi=\underline{78\pi\text{cm}^3}$

2 幅3cmの板を図1のように切り，図2のように並べて長方形の額縁を作りたい。

図1



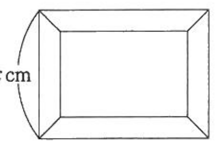


図2

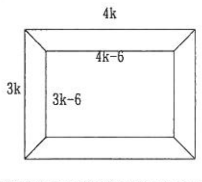
図1の両端にできる直角二等辺三角形の部分は使わないものとする。また，板を切るときに出る切屑による大きさの減少などは考えないものとする。

図2のように，額縁の外側の縦の長さを $x$cmとして，次の各問いに答えなさい。

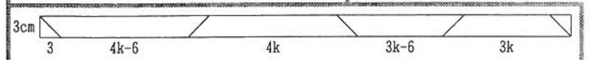
(1) 額縁の内側の縦の長さを，x を使った式で表しなさい。

上下とも3cmずつ短い　$\underline{x-6\ (\text{cm})}$

(2) 板の長さが159cm，額縁の外側の縦と横の長さの比が3：4であるときの，額縁の外側の縦，横の長さを求めなさい。

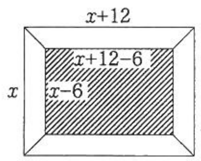


外側の縦 $x=3k$，横 $4k$ として，



$3+(4k-6)+4k+(3k-6)+3k=159$，$14k=168$，$k=12$
外側の縦 $3k=36$，横 $4k=48$　$\underline{縦36\text{cm},\ 横48\text{cm}}$

(3) 額縁の外側の横の長さが縦の長さよりも12cm長く，額縁の内側（斜線部分）の面積が988cm²であるときの，額縁の外側の縦の長さを求めなさい。

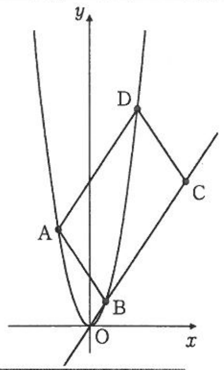


$(x-6)(x+12-6)=988$，$(x-6)(x+6)=988$，$x^2-36=988$
$x^2=1024$，$x=\pm32$，$x>6$ より，$x=32$　$\underline{32\text{cm}}$

数 国立高専 裏　氏名 解　答　点

（2015年・H27年度入試問題）　15⑤　各5点×20個

3 右の図のように，関数 $y=ax^2$ …①のグラフ上に，2点A，Bがあり，点Aの座標は，$(-2,\ 6)$，点Bの x 座標は1である。原点Oを通る直線OB上に点Cをとり，関数①のグラフ上に点Dをとる。四角形ABCDが平行四辺形であるとき，次の各問いに答えなさい。



(1) a の値を求めなさい。

①に $(-2, 6)$ 代入，$6=4a$，$\underline{a=\frac{3}{2}}$

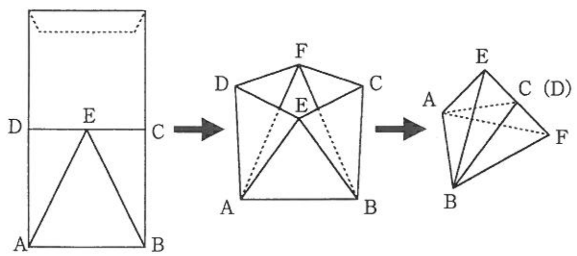
(2) 直線ABの式を求めなさい。

$y=\frac{3}{2}x^2$ に $x=1$ を代入 $y=\frac{3}{2}$，$\mathrm{B}\left(1,\ \frac{3}{2}\right)$
傾き $a=\frac{1.5-6}{1-(-2)}=\frac{-4.5}{3}=-1.5=-\frac{3}{2}$，$y=-\frac{3}{2}x+b$ に $(-2, 6)$ を代入
$6=3+b$，$b=3$。よって，$\underline{y=-\frac{3}{2}x+3}$

(3) 点Cの座標を求めなさい。

直線OBは $y=\frac{3}{2}x$。直線ADは，$y=\frac{3}{2}x+b$ に $(-2, 6)$ を代入
$6=-3+b$，$b=9$ よって，$y=\frac{3}{2}x+9$
点Dは放物線と直線ADの交点 $\frac{3}{2}x^2=\frac{3}{2}x+9$，$3x^2-3x-18=0$
$x^2-x-6=0$，$(x+2)(x-3)=0$，$x\neq-2$ なので，$x=3$。$\mathrm{D}\left(3,\ \frac{27}{2}\right)$
A→Bの x 座標が $1-(-2)=3$ 増加。点Cの x 座標は，$3+3=6$
$y=\frac{3}{2}x$ に代入。$y=\frac{3}{2}\times6=9$　$\underline{\mathrm{C}\ (6,\ 9)}$

4 次の図のようにAB＝12cmである長方形の封筒の縦の2つの辺上に，AB＝BC＝ADとなるように点C，Dをとる。表の面の辺CDの中点をE，裏の面の辺CDの中点をFとする。辺CDに沿って封筒の上の部分を切り取り，下の部分だけを残す。2点CとDとが重なるように折ると，四面体ABEFができる。この四面体ABEFについて，次の各問いに答えなさい。



(1) 3点A，B，C（D）を結んでできる△ABCの面積を求めなさい。

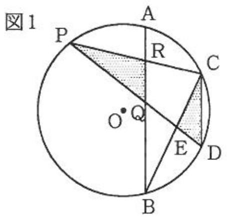
△ABCは1辺12cm正三角形
高さは $12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$cm。よって，$12\times6\sqrt{3}\div2=\underline{36\sqrt{3}\text{cm}^2}$

(2) 四面体ABEFの体積を求めなさい。

△BEFを底面と見る。EF＝BC＝12cmなので，
△BEF＝12×12÷2＝72cm²。また四面体の高さは，
点AからBCに下ろした垂線なので，(1) より，$6\sqrt{3}$cm
よって，体積は，$72\times6\sqrt{3}\times\frac{1}{3}=\underline{144\sqrt{3}\text{cm}^3}$

5 図1のように，円Oの弦ABに対し，弧ABの3等分点C，Dを，A，C，D，Bの順に並ぶようにとる。さらに，Cを含まない弧AB上に点Pをとる。ABとPC，PDの交点をそれぞれR，Qとし，PDとBCの交点をEとする。このとき，次の各問いに答えなさい。

図1



(1) △CDE∽△PQRであることを，次のように証明した。［a］～［d］にあてはまるものを，下のアからケまでの中から選び，記号で答えなさい。

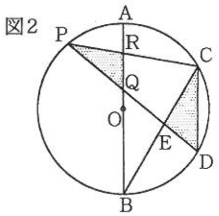
（証明）△CDEと△PQRにおいて，
1つの円の［a］ので，∠ABC＝∠BCD
よって，2直線AB，CDに1つの直線が交わってできる［b］が等しいので，
AB∥CD
AB∥CDより，［c］が等しいので，∠CDE＝∠PQR …①
さらに，［a］ので，∠BCD＝∠CPD。すなわち，∠ECD＝∠RPQ …②
①，②より，2つの三角形の［d］ので，△CDE∽△PQR

ア　等しい円周角に対する弧は等しい
イ　1つの弧に対する円周角の大きさは，その弧に対する中心角の半分である
ウ　等しい弧に対する円周角は等しい
エ　錯角　　オ　同位角　　カ　対頂角
キ　3組の辺の比がすべて等しい
ク　2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい
ケ　2組の角がそれぞれ等しい

$\underline{a.\ ウ\quad b.\ エ\quad c.\ オ\quad d.\ ケ}$

(2) 図2のように，ABが直径で，弧APの長さが弧ACの長さの $\frac{2}{3}$ であるとき，∠PQRの大きさを求めなさい。

図2

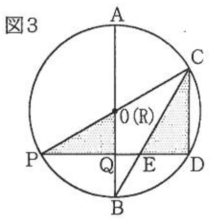


(1) より，∠PQR＝∠CDE（∠D）
∠Dは弧PCに対する円周角

弧ACは円周の $\frac{1}{6}$，弧APは円周の $\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{9}$
よって，$\angle\mathrm{D}=360\times\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{9}\right)\times\frac{1}{2}=360\times\frac{5}{18}\times\frac{1}{2}=\underline{50°}$

(3) 図3のように，AB，CPがともに直径となるとき，△CDEの面積は，△PQRの面積の何倍ですか。

図3



△PCD，△PQR，△CDEは
30°，60°，90°の直角三角形

△PCDで，CD＝1とすると，PD＝$\sqrt{3}$ なので，PQ＝$\frac{\sqrt{3}}{2}$
△CDE∽△PQRで，相似比はCD：PQ＝$1:\frac{\sqrt{3}}{2}=2:\sqrt{3}$
よって面積比は△CDE：△PQR＝$2^2:\left(\sqrt{3}\right)^2=4:3$ なので，
△CDEは△PQRの $4\div3=\underline{\frac{4}{3}}$ 倍