

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $\frac{2}{3} - \frac{6}{7} \div (-\frac{3}{4})^2$ を計算しなさい。

$$= \frac{2}{3} - \frac{6}{7} \times \frac{16}{9} = \frac{2}{3} - \frac{16}{7} = \frac{2 \times 7 - 16 \times 3}{21} = \frac{14 - 48}{21} = -\frac{34}{21}$$

(2) $\frac{2x+6}{3} - \frac{2x-3}{12}$ を計算しなさい。

$$= \frac{4(2x+6) - (2x-3)}{12} = \frac{8x+24-2x+3}{12} = \frac{6x+27}{12} = \frac{2x+9}{4}$$

(3) $x=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$, $y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ のとき, x^2-4y^2 の値を計算しなさい。

$$= (x+2y)(x-2y) = (2\sqrt{3}+2\sqrt{2}+2\sqrt{3}-2\sqrt{2})(2\sqrt{3}+2\sqrt{2}-2\sqrt{3}+2\sqrt{2})$$

$$= 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{2} = 16\sqrt{6}$$

(4) 関数 $y = -\frac{12}{x}$ について, x の値が2から4まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

$x=2$ のとき $y=-6$, $x=4$ のとき $y=-3$, 変化の割合は $\frac{-3-(-6)}{4-2} = \frac{3}{2}$

(5) 2点 (4, -7), (-3, 14) を通る直線の式を求めなさい。

$a = \frac{-7-14}{4-(-3)} = \frac{-21}{7} = -3$, $y = -3x + b$ に (4, -7) 代入,
 $-7 = -12 + b$, $b = 5$ $y = -3x + 5$

(6) 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ について, $-4 \leq x \leq 6$ のとき, y の変域を求めなさい。

$x=0$ のとき最小値 $y=0$, $x=6$ のとき最大値 $y=9$, $0 \leq y \leq 9$

(7) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 が書かれたカードが1枚ずつ合わせて7枚ある。この中から1枚引き、引いたカードの数を a とする。引いたカードは戻さずにもう1枚引き、引いたカードの数を b とする。 $x = 10a + b$ とするとき, x が43以上である確率を求めなさい。ただし, x のつくられ方は, 同様に確からしいものとする。

全 $7 \times 6 = 42$ 通り中 15 通り
(4, 3), (4, 5), (4, 6), (5, 0), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 6), (6, 0), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5) $\frac{15}{42} = \frac{5}{14}$

(8) 収穫した800個のトマトから50個の標本を無作為に抽出し, 1個ずつ重さを量ったところ, 右の度数分布表ようになった。

① 50個の標本の中央値(メジアン)が含まれる階級の階級値を答えなさい。

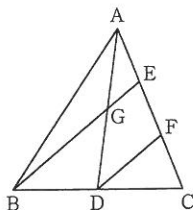
25, 26番目のある階級 100~110の階級値 105

② 収穫した800個のトマトのうち, 90g以上120g未満であるトマトの個数は, 一の位を四捨五入して, 約何個か答えなさい。

50個中 90~120g は $9 + 8 + 10 = 27$ 個なので $800 : x = 50 : 27$, $x = 27 \times 16 = 432$ 約430個

階級(g)	度数(個)
以上 未満	
60~70	2
70~80	3
80~90	5
90~100	9
100~110	8
110~120	10
120~130	6
130~140	3
140~150	1
150~160	2
160~170	1
合計	50

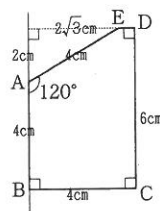
(9) $\triangle ABC$ は辺 BC の中点, E, F は辺 AC を3等分した点である。また, G は線分 AD と BE の交点である。このとき, 四角形 $EFDG$ の面積を S , $\triangle CDF$ の面積を T とするとき, $S : T$ を最も簡単な自然数の比で表しなさい。



中点連結定理より $GE = \frac{1}{2}DF$, $BE = 2DF$ より, $BG : GE = 3 : 1$

$\triangle ABC = 1$ とし, $S = \triangle ADF - \triangle AGE = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$
 $T = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$, よって, $S : T = \frac{1}{4} : \frac{1}{6} = 3 : 2$

(10) 右の図の五角形 $ABCDE$ において, $AB = BC = AE = 4$ cm である。このとき, 五角形 $ABCDE$ を直線 AB を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし, 円周率は π とする。



円柱 - 円すい
 $\pi \times 4^2 \times 6 - \pi \times (2\sqrt{3})^2 \times 2 \times \frac{1}{3} = 96\pi - 8\pi = 88\pi$ cm³

2 ある高専の文化祭でドーナツの出店を行った。次の各問いに答えなさい。ただし, 消費税は考えないものとする。

(1) 次の (A) は販売計画, (B) は販売結果である。

(A) 価格を1個100円として400個用意したので, これを値引きせずに完売すると, 売上高から材料費を除いた金額は34,000円となる。

(B) 2日目の午後から値引きして販売したところ, 3日間で完売し, 売上高から材料費を除いた金額は19,270円であった。

① ドーナツの材料費は1個あたりいくらか求めなさい。

材料費は $100 \times 400 - 34000 = 6000$ 円, $6000 \div 400 = 15$ 円

② 3日間の実際の売上高はいくらか求めなさい。

材料費は6000円なので, $6000 + 19270 = 25270$ 円

(2) 次の (C) ~ (F) は3日間の販売のようすである。

- (C) 1日目は x 個売れた。
- (D) 2日目は午前で y 個しか売れなかったため, 午後から最初の価格の30%引きで販売したところ, 午後だけで1日目の2倍の個数が売れた。
- (E) 2日目に売れたドーナツは, 1日目に売れたドーナツより67個多かった。
- (F) 3日目は午前から最初の価格の50%引きで販売し, 完売した。

価格	2日目		3日目	3日間の合計
	午前	午後		
100円	100円	30%引き	50%引き	
個数	x 個	y 個	$2x$ 個 $-2x$ 個	400個 25270円
売上高	$100x$	$100y$	$70 \times 2x$	(1)②

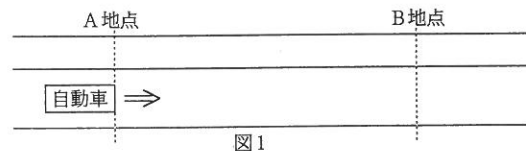
① 2日目の午前までに売れたドーナツは何個か求めなさい。

表から, 2日目の午前までに売れたドーナツは $(x+y)$ 個。
(E) より $y + 2x = x + 67$, 移項して $x + y = 67$ 個

② x, y の値を求めなさい。

個数について $x + y = 67$ ①, 売上高について $100x + 100y + 70 \times 2x + 50(400 - 3x - y) = 25270 \Rightarrow 9x + 5y = 527$ ②
② - ① $\times 5$ $4x = 192$, $x = 48$, $48 + y = 67$, $y = 19$ $x = 48, y = 19$

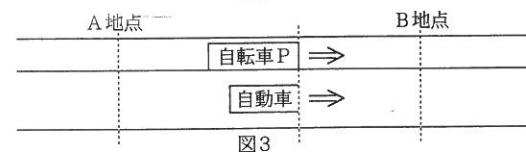
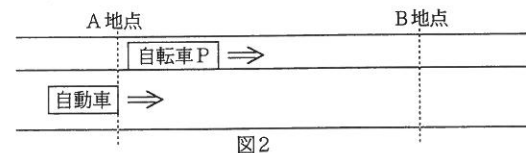
3 図1のように, まっすぐな道路に自動車が出発して, その先端をA地点とする。自動車が出発してから20秒後, 自動車の先端はA地点から160m離れたB地点を通過した。自動車が出発してから x 秒間に進む距離を y m とすると, $0 \leq x \leq 20$ では $y = ax^2$ の関係があるという。このとき, 次の各問いに答えなさい。



(1) a の値を求めなさい。

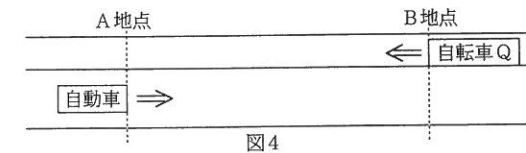
$y = ax^2$ に (20, 160) を代入 $160 = a \times 20^2$, $400a = 160$, $a = \frac{2}{5}$

(2) 図2のように, この道路に平行な自転車専用道路を自転車Pが一定の速さで自動車の進行方向と同じ方向に進んでいる。自動車が出発する5秒前に自転車Pの先端がA地点を通過して, 図3のように, 自動車が出発してから15秒後に自動車と自転車Pの先端が並び, その後自動車が自転車Pを追い越した。この自転車Pの速さは毎秒何mか求めなさい。



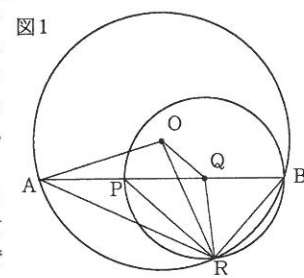
自転車Pの速さを毎秒 x m とすると, A地点から追いつかれるまで $5 + 15 = 20$ 秒間なので移動距離は $20x$ m。
自動車は15秒間で $y = \frac{2}{5} \times 15^2 = 90$ m 移動する。
追いつく = 移動距離が同じ。 $20x = 90$, $x = 4.5$, 毎秒4.5m

(3) 図4のように, この道路に平行な自転車専用道路を自転車Qが毎秒3.6mの速さで自動車の進行方向と反対の方向に進んでいて, 自動車が出発したと同時に自転車Qの先端がB地点を通過した。このとき, 自動車と自転車Qの先端がすれ違うのは, 自動車が出発してから何秒後か求めなさい。



x 秒後とする。反対向きに進んで出会うとき,
自動車の移動距離 + 自転車Qの移動距離 = AB間の距離
 $\frac{2}{5}x^2 + 3.6x = 160$, $2x^2 + 18x - 800 = 0$, $x^2 + 9x - 400 = 0$,
 $(x-16)(x+25) = 0$, $x = 16, -25$, $x > 0$ より $x = 16$ 16秒後

4 図1のように, 円Oの直径でない弦AB上に, A, Bと異なる点Pをとる。PBの中点をQとし, QBを半径とする円Qと円Oの交点で, Bと異なる点をRとする。このとき, 次の各問いに答えなさい。



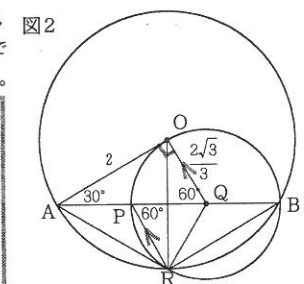
(1) $OQ \parallel PR$ であることを, 次のように証明した。ア ~ エに当てはまるものを, 下の㉔から㉑までの中から選びなさい。

【証明】1つの弧に対する中心角は円周角の2倍であるので, 円Qにおいて,
ア = $2 \angle PBR = 2 \angle ABR$
また, 円Oにおいて, $\angle AOR = 2 \angle ABR$
よって, ア = $\angle AOR$... ㉑
①より, $\triangle QRP$ と $\triangle OAR$ は頂角の等しい二等辺三角形であるから,
 $\angle QRP =$ イ ... ㉒
また, 2点O, Qは, 直線ARについて同じ側にあり, ①が成り立つので, 円周角の定理の逆より, 4点A, R, Q, Oは1つの円周上にある。
よって, 円周角の定理より
 $\angle QRO =$ ウ ... ㉓, $\angle QAR =$ エ ... ㉔
㉒, ㉓, ㉔より
 $\angle ORP = \angle QRP - \angle QRO =$ イ - ウ = $\angle QAR =$ エ
であるから, 錯角が等しいので, $OQ \parallel PR$ である。

- ㉔ $\angle OAR$ ㉓ $\angle APR$ ㉒ $\angle QOR$ ㉑ $\angle RPB$ ㉐ $\angle PQR$
- ㉑ $\angle ARP$ ㉒ $\angle QAO$ ㉓ $\angle OQA$ ㉔ $\angle AOQ$

ア.㉑ イ.㉒ ウ.㉓ エ.㉔

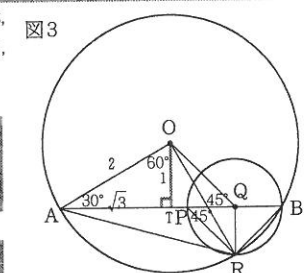
(2) 図2のように, 円Oの半径は2, $\angle OAB = 30^\circ$, AOが円Qの接線であるとき, PRの長さを求めなさい。



$\triangle AOQ$ で $\angle AOQ = 90^\circ$ であるから
 $\angle OQA = 60^\circ$, $AO = 2$ から
 $OQ = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
 $OQ \parallel PR$ で $\angle QPR = 60^\circ$

よって $\triangle PQR$ が正三角形なので, $PR = PQ = OQ = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

(3) 図3のように, 円Oの半径は2, $\angle OAB = 30^\circ$, $AP = 2$ であるとき, 次の長さをそれぞれ求めなさい。



① PQ
 $AT = \sqrt{3}$, $AB = 2\sqrt{3}$
 $PQ = (2\sqrt{3} - 2) \div 2 = \sqrt{3} - 1$

② OQ
 $TQ = 2 + \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} = 1$
 $\triangle OTQ$ で $OQ = \sqrt{2}$

③ PR
 $\triangle OTQ$ が直角二等辺三角形で $\angle OQP = 45^\circ$, $OQ \parallel PR$ で
 $\angle QPR = 45^\circ$, よって $\triangle PQR$ が直角二等辺三角形なので,
 $PR = \sqrt{2}PQ = \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) = \sqrt{6} - \sqrt{2}$