

① 次の計算をしなさい。

(1)  $-3^2 - \{2 \times (-3)^2 - (-3)\} \div 7$

$$\begin{aligned} &= -9 - (2 \times 9 + 3) \div 7 \\ &= -9 - 21 \div 7 \\ &= -9 - 3 \\ &= \underline{-12} \end{aligned}$$

(2)  $29 \times 28 - 29 \times 27 + 1$

$$\begin{aligned} &= 29 \times (28 - 27) + 1 \\ &= 29 + 1 \\ &= \underline{30} \end{aligned}$$

(3)  $\frac{3x-2}{4} - \frac{x-1}{3}$

$$\begin{aligned} &= \frac{3(3x-2) - 4(x-1)}{12} \\ &= \frac{9x - 6 - 4x + 4}{12} \\ &= \frac{5x - 2}{12} \end{aligned}$$

(4)  $(2\sqrt{3}-3)(\sqrt{3}-2)$

$$\begin{aligned} &= 2 \times 3 - 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 6 \\ &= 6 - 7\sqrt{3} + 6 \\ &= \underline{12 - 7\sqrt{3}} \end{aligned}$$

② 次の問いに答えなさい。

(1) 方程式  $x(x-1)=110$  を解きなさい。

$$x^2 - x - 110 = 0, (x+10)(x-11) = 0, \quad \underline{x = -10, 11}$$

(2) 大小2つのさいころを投げるとき、一つの目がもう一つの目の2倍になる確率を求めなさい。

全  $6 \times 6 = 36$  通り中、  
 $(1, 2), (2, 4), (3, 6), (2, 1), (4, 2), (6, 3)$  の6通り  
 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(3)  $\frac{90}{n}$  が偶数になるような自然数  $n$  はいくつあるか求めなさい。

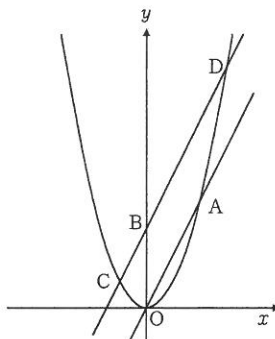
$90 = 2 \times 3^2 \times 5$  なので、条件を満たす  $n$  は  $3^2 \times 5 = 45$  の約数であれば偶数になるので、1, 3, 5, 9, 15, 45 の 6個

(4) 次の数のうち、もっとも大きい数はどれかを答えなさい。

$$\frac{3}{7}, \frac{3}{\sqrt{7}}, \frac{\sqrt{3}}{7}, \sqrt{\frac{3}{7}}$$

すべて2乗する。  
 $(\frac{3}{7})^2 = \frac{9}{49}, (\frac{3}{\sqrt{7}})^2 = \frac{9}{7} = \frac{63}{49}, (\frac{\sqrt{3}}{7})^2 = \frac{3}{49}, (\sqrt{\frac{3}{7}})^2 = \frac{3}{7} = \frac{21}{49}$   
 もっとも大きい数は  $\frac{3}{\sqrt{7}}$

③ 右の図のように、放物線  $y=x^2$  上に点 A (2, 4) があり、y軸上の正の部分に点 B がある。さらに、点 B を通り、直線 OA に平行な直線と放物線との2つの交点のうち、x座標が負となる点を C、正となる点を D とする。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) 点 C の x 座標が -1 のとき、直線 CD の方程式を求めなさい。

$$\begin{aligned} &y = x^2 \text{ に } x = -1 \text{ を代入} \\ &y = (-1)^2 = 1, \text{ 点 } C(-1, 1) \end{aligned}$$

直線 OA の傾き  $a = \frac{4-0}{2-0} = 2$ ,  $y = 2x + b$  に  $C(-1, 1)$  を代入  
 $1 = -2 + b, b = 3$

$$y = 2x + 3$$

(2) (1) のとき、点 B の座標を求めなさい。

点 B は y 軸上の点なので切片。

$$y = 2x + 3 \text{ から、切片は } 3.$$

$$B(0, 3)$$

(3) (1) のとき、 $\triangle OAC$  の面積を求めなさい。

直線 AC は、 $C(-1, 1) \rightarrow A(2, 4)$ ,  $a = \frac{4-1}{2-(-1)} = \frac{3}{3} = 1$   
 $y = x + b$  に  $(2, 4)$  代入。  $4 = 2 + b, b = 2$ 。  
 直線 AC の式は  $y = x + 2$ 。  
 $\triangle OAC = 2 \times 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 1 + 2 = 3$

(4)  $\triangle OBD$  の面積が  $\triangle OBC$  の面積の4倍になるようにしたとき、点 C の座標を求めなさい。

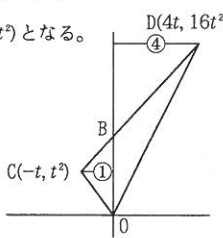
$\triangle OBD$  と  $\triangle OBC$  は底辺 OB が共通なので、  
 $\triangle OBD : \triangle OBC = 4 : 1$  のとき、高さが  $4 : 1$ 。

点  $C(-t, t^2)$  ( $t > 0$ ) とすると、点  $D(4t, 16t^2)$  となる。

CD は OA と平行なので傾きは 2

$$\frac{16t^2 - t^2}{4t - (-t)} = \frac{15t^2}{5t} = 3t, \quad 3t = 2, \quad t = \frac{2}{3}$$

よって、点  $C(-\frac{2}{3}, \frac{4}{9})$



④ 3桁の自然数 A と B がある。いま  $A : B = 3 : 2$  が成り立っている。自然数 A について、各位の数の和は 9 である。また、十の位の数は一の位の数の2倍で、百の位の数と十の位の数を入れ替えた数は、元の数より 90 だけ大きい。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) A の百の位の数  $x$ , 一の位の数  $y$  として連立方程式を作った。(ア), (イ) に適する数または式を答えなさい。

$$\begin{cases} (\text{ア}) = 9 \\ (\text{イ}) = -1 \end{cases}$$

百の位を  $x$ , 一の位を  $y$ , 十の位は一の位の2倍なので  $2y$

『各位の数の和が 9』で  $x + 2y + y = 9, x + 3y = 9$

A (元) =  $100x + 10 \times 2y + y = 100x + 21y$

入れ替えた数 =  $100 \times 2y + 10x + y = 10x + 201y$

『入れ替えた数は元の数より 90 大きい』 $\rightarrow$  「入れ替え = 元 + 90」

$$10x + 201y = 100x + 21y + 90, -90x + 180y = 90, x - 2y = -1$$

$$(\text{ア}) x + 3y \quad (\text{イ}) x - 2y$$

(2) 自然数 A と自然数 B を求めなさい。

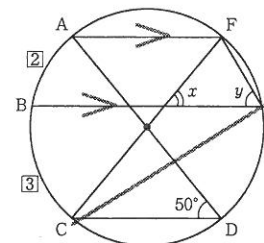
$$\begin{cases} x + 3y = 9 & \text{①} \\ x - 2y = -1 & \text{②} \end{cases} \quad \text{①} - \text{②} \Rightarrow 5y = 10, y = 2$$

① に代入  $x + 6 = 9, x = 3, A = 100 \times 3 + 21 \times 2 = 342$

A : B = 3 : 2 より,  $B = \frac{2}{3}A = \frac{2}{3} \times 342 = 228$

A : 342, B : 228

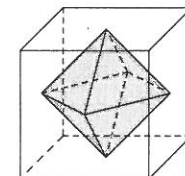
⑤ 右の図で、AD, CF は円の直径、AF // BE, 弧 AB : 弧 BC = 2 : 3,  $\angle ADC = 50^\circ$  とするとき、 $\angle x$  と  $\angle y$  の大きさを求めなさい。



弧 AC に対する円周角なので  
 $\angle AFC = \angle ADC = 50^\circ$   
 AF // BE の錯角なので  
 $\angle x = \angle AFC = 50^\circ$

CE を結ぶ。弧と円周角の関係で、  
 弧 AC : 弧 BC =  $\angle ADC : \angle BEC$  なので、  
 $5 : 3 = 50^\circ : \angle BEC, \angle BEC = 30^\circ$   
 直径 CF に対する円周角なので、 $\angle CEF = 90^\circ$   
 よって、 $\angle y = 90 - 30 = 60^\circ$

⑥ 右の図のように立方体の各面の対角線の交点を頂点とする正八面体がある。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) 立方体の1辺の長さが 4cm であるとき、この立方体の体積を求めなさい。

$$4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ cm}^3$$

(2) 立方体と正八面体の体積の比を最も簡単な整数比で表しなさい。

立方体の体積は  $64 \text{ cm}^3$ 。

正八面体を正四角すい2個とみて、

底面は対角線が 4cm の正方形、高さは 2cm なので、

正八面体の体積は、正四角すい  $\times 2 = (4 \times 4 \div 2 \times 2 \times \frac{1}{3}) \times 2 = \frac{32}{3} \text{ cm}^3$

よって、体積比は  $64 : \frac{32}{3} = 6 : 1$

(別解) 元の立方体と比べて、正八面体を半分にした正四角すいは、底面積が  $\frac{1}{2}$ , 高さも  $\frac{1}{2}$ , 角すいの体積は角柱の体積の  $\frac{1}{3}$  なので、正四角すいは元の立方体の  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$  倍。正八面体は正四角すい2個分なので  $\frac{1}{12} \times 2 = \frac{1}{6}$  倍。よって、体積比は  $1 : \frac{1}{6} = 6 : 1$