

1 次の問いに答えなさい。

(1) $(-3) \times (\frac{1}{6} - \frac{5}{8}) \div (-\frac{3}{2})^2$ を計算しなさい。

$$= (-9) \times (\frac{4}{24} - \frac{15}{24}) \div (-\frac{27}{8}) = (-9) \times (-\frac{11}{24}) \times (-\frac{8}{27}) = -\frac{11}{9}$$

(2) $\frac{3a+b}{6} - \frac{5a-2b}{4}$ を計算しなさい。

$$= \frac{2(3a+b) - 3(5a-2b)}{12} = \frac{6a+2b-15a+6b}{12} = \frac{-9a+8b}{12}$$

(3) $(\sqrt{8} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{6} + 2)(2 - \sqrt{6}) + \frac{18}{\sqrt{6}}$ を計算しなさい。

$$= (2\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 + (2 + \sqrt{6})(2 - \sqrt{6}) + \frac{18\sqrt{6}}{6} = 8 + 4\sqrt{6} + 3 + 4 - 6 + 3\sqrt{6} + 9 + 7\sqrt{6}$$

(4) 2次方程式 $3(x-1)^2 = 5-x$ を解きなさい。

$$3(x^2 - 2x + 1) = 5 - x, 3x^2 - 6x + 3 - 5 + x = 0, 3x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6}$$

$$x = \frac{12}{6}, -\frac{2}{6} \quad x = 2, -\frac{1}{3}$$

(5) 右の図において、 $\angle BAC$ の大きさを求めなさい。ただし、点Oは円の中心とします。

直径に対する円周角は 90° なので
 $\textcircled{1} = 90 - 28 = 62^\circ$ 、弧BCに対する円周角で $\angle BAC = \textcircled{1} = 62^\circ$

(6) 右の図のような平行四辺形ABCDにおいて、点Eは辺BC上にあり、線分ACと線分DEの交点をF、直線BFと辺CDの交点をGとします。BE:EC = 1:3、 $\triangle EFC$ の面積が 18cm^2 のとき、四角形AFGDの面積を求めなさい。

四角形AFGD = $\triangle ACD - \triangle FCG$ で求める。 $\triangle AFD \sim \triangle CFE$ で、相似比はAD:EC = 4:3、面積比16:9、 $\triangle AFD = 18 \times \frac{16}{9} = 32\text{cm}^2$ 。
 また、AF:AC = 4:7なので、 $\triangle ACD = 32 \times \frac{7}{4} = 56\text{cm}^2$ 。
 EC:BC = 3:4なので、 $\triangle BCF = 18 \times \frac{4}{3} = 24\text{cm}^2$ 。
 BF:FG = AF:FC = 4:3なので、 $\triangle FCG = 24 \times \frac{3}{4} = 18\text{cm}^2$ 。
 よって、四角形AFGD = $56 - 18 = 38\text{cm}^2$

(7) 赤と白のさいころを同時に投げるとき、目の積が4の倍数である確率を求めなさい。

全36通り中、目の積が4の倍数になるのは、(1, 4), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (6, 2), (6, 4), (6, 6) の15通り
 よって、 $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

(8) 次の資料は、10人の生徒が受けた10点満点のテストの得点です。平均値をa点、中央値をb点とすると、a-bの値を求めなさい。
 2, 6, 8, 5, 1, 6, 9, 4, 2, 9 (単位は点)

平均値 = 合計 ÷ 人 $a = (2+6+8+5+1+6+9+4+2+9) \div 10 = 52 \div 10 = 5.2$
 中央値 = 大きさ順で5, 6番目の平均 $b = (5+6) \div 2 = 11 \div 2 = 5.5$
 よって、 $a-b = 5.2 - 5.5 = -0.3$

(2) 右の図において、点Aのy座標は6、点Bのx座標は-3とします。線分OA上に点Cがあり、直線BCが $\triangle OAB$ の面積を2等分するとき、次の問いに答えなさい。ただし、点Oは原点とします。

(1) 点Cの座標を求めなさい。
 点CはOAの中点 $(0, 3)$

(2) 線分AB上に点Dを、 $\triangle ADC$ と $\triangle ABO$ の面積の比が1:6となるようにとりました。直線CDの式を求めなさい。

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \triangle ABO$, $\triangle ADC = \frac{1}{6} \triangle ABO = \frac{1}{3} \triangle ABC$ なので、AD:DB = 1:2
 よって、点Dは $(-3 \times \frac{1}{1+2}, 6 \times \frac{2}{1+2}) = (-1, 4)$
 点C(0, 3)より、 $b=3$, $a = \frac{3-4}{0-(-1)} = -1$
 $y = -x + 3$

(3) (2)の点Dに対し、直線CDとx軸との交点をEとします。 $\triangle BDE$ を、x軸を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

x軸: $y=0$ を $y=-x+3$ に代入
 $0 = -x+3, x=3$, 点Eは(3, 0)
 回転体は円すいを合わせた形
 左: 半径4, 高さ2の円すい,
 右: 半径4, 高さ4の円すい
 $4 \times 4 \times \pi \times 2 \times \frac{1}{3} + 4 \times 4 \times \pi \times 4 \times \frac{1}{3} = \frac{32}{3}\pi + \frac{64}{3}\pi = \frac{96}{3}\pi = 32\pi$

(3) 右の図のように、1辺の長さが6cmの立方体ABCD-EFGHがあります。辺AB, 辺FG, 辺GHの中点をそれぞれL, M, Nとすると、次の問いに答えなさい。

(1) この立方体を3点B, D, Gを通る平面で2つの立体に切り分けるとき、頂点Cを含む方の立体の体積を求めなさい。

切り取った立体は三角錐 $6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} = 36$ 36cm^3

(2) この立方体を3点A, M, Nを通る平面で切ると、切り口は多角形になります。この多角形の内角の和を求めなさい。

切り口は右の図のような五角形になる
 $180 \times (5-2) = 540$ 540°

(3) この立方体を3点L, M, Nを通る平面で切ったときにできる切り口の線を、立方体の展開図にかきなさい。

切り口は正六角形
 すべて中点を通る

(4) 右の図のように、関数 $y=x^2 \dots \textcircled{1}$ と関数 $y=x+2 \dots \textcircled{2}$ のグラフの交点をA, Bとするとき、次の問いに答えなさい。ただし、点Oは原点であり、点Aのx座標は負とします。

(1) 点Aの座標を求めなさい。
 $x^2 = x+2, x^2 - x - 2 = 0,$
 $(x+1)(x-2) = 0, x < 0$ より $x = -1$
 $y = -1 + 2 = 1,$ $(-1, 1)$

(2) y軸上に点Cを、 $\triangle OAB$ と $\triangle ABC$ の面積が等しくなるようにとるとき、点Cの座標を求めなさい。ただし、点Cは点Oとは異なる点とします。

$\textcircled{2}$ の切片をDとして、ABを底辺とみると、高さが同じ。
 つまり、OD = DC = 2, OC = 2 + 2 = 4 $(0, 4)$

(3) 関数 $\textcircled{1}$ のグラフ上に点Pを、 $\triangle OAB$ と $\triangle ABP$ の面積が等しくなるようにとります。このような点Pのうち、x座標が最も小さいものの座標を求めなさい。

等積変形。点Pは上の図のようにP1~P3の3か所考えられる。(いずれもABに平行な直線と $\textcircled{1}$ との交点)x座標が最小なのはP1のとき
 $\textcircled{1}$ とABに平行で点Cを通る直線 $y=x+4$ の交点のx座標は
 $x^2 = x+4, x^2 - x - 4 = 0, x = \frac{1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$ 。x座標が小さいほうは、 $x = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}$ 。 $y = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} + 4 = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$ $(\frac{1 - \sqrt{17}}{2}, \frac{9 - \sqrt{17}}{2})$

(5) ウグイス遊園地の今月の入場料金は、おとなと高校生がともに3000円、中学生が1500円です。また、中学生の人数が31人以上である団体が入場した場合は、団体割引が適用されるため、中学生について、30人目までは1人あたり1500円で、31人目以降は1人あたり100円引きとなります。ただし、おとなと高校生には団体割引はありません。次の問いに答えなさい。

(1) おとなが10人、中学生が40人の団体が入場するとき、入場料金は全部いくらですか。ただし、この団体には高校生は含まれていないものとします。

団体割引された中学生は $40 - 30 = 10$ 人
 $3000 \times 10 + 1500 \times 30 + 1400 \times 10 = 30000 + 45000 + 14000 = 89000$ 円
 $3000 \times 10 + 1500 \times 40 - 100 \times 10$ で計算してもよい。

(2) おとなと中学生合わせて70人の団体が入場するとき、入場料金は全部で107400円であることが分かりました。この団体の中学生の人数を求めなさい。ただし、この団体には高校生は含まれていないものとします。

おとな x 人、中学生 y 人とする。料金の百の位が4なので、団体割引が適用されている。よって、団体割引された中学生は $(y-30)$ 人。
 人数について、 $x+y=70 \dots \textcircled{1}$
 料金について、 $3000x + 1500 \times 30 + 1400(y-30) = 107400$
 $3000x + 45000 + 1400y - 42000 = 107400, 3000x + 1400y = 104400$
 $15x + 7y = 522 \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} \times 15 \quad 15x + 15y = 1050$
 $\textcircled{2} \quad -) 15x + 7y = 522$
 $8y = 528$
 $y = 66$ 66 人

(3) ウグイス遊園地では来月、入場料金をおとなが3000円、高校生が2000円、中学生が1300円に変更し、中学生の団体割引は廃止することにしました。来月に高校生と中学生の人数の比が2:5である団体が入場する場合は、今月に入場する場合より35500円安くなることになりました。この団体の中学生の人数は31人以上であり、大人、高校生、中学生を合わせた合計人数がちょうど100人であるとき、この団体の高校生の人数を求めなさい。

高校生 x 人、中学生 y 人とする。

	おとな	高校生	中学生	中学生31人目~
今月	3000	3000	1500	1400
来月	3000	2000	1300	1300
値引	0	1000	200	100
人数	$100 - x - y$	x	30	$y - 30$

$x:y = 2:5$ $\dots \textcircled{1}$
 $1000x + 200 \times 30 + 100(y-30) = 35500 \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ より、 $5x = 2y, 5x - 2y = 0 \dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{2}$ より、 $1000x + 6000 + 100y - 3000 = 35500, 1000x + 100y = 32500$
 $10x + y = 325 \dots \textcircled{4}$
 $\textcircled{3} + \textcircled{4} \times 2 \quad 25x = 650, x = 26$ 26 人