

① 次の問いに答えなさい。

(1) $(2-2^2 \times 0.5)^2 \div (-\frac{1}{2})^2 - 3 \times (-2 + \frac{1}{3}) \div (-0.2)$ を計算しなさい。

=(2-4*0.25)^2 / (1/4) - 3 * (-5/3) / (-1/5)
= (2-1)^2 * 4 + 5 * (-5)
= 1 * 4 - 25
= -21

(2) $(3x+5)^2 - (2x+9)(3x+5) - (2x+3)(x-4)$ を因数分解しなさい。

=(3x+5)(3x+5) - (2x+9)(3x+5) - (2x+3)(x-4)
=(3x+5)(x-4) - (2x+3)(x-4)
=(x-4)(3x+5) - (2x+3)(x-4)
=(x-4)(x+2)

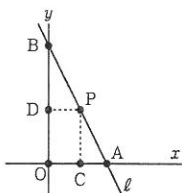
(3) $(\sqrt{3}+3\sqrt{2})(\sqrt{18}-\sqrt{3}) - (\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-3)$ を計算しなさい。

=(3*sqrt(2)+sqrt(3))(3*sqrt(2)-sqrt(3)) - (sqrt(6)-3)
=18-3-(6*sqrt(6)+9)
=15-(15+6*sqrt(6))
=6*sqrt(6)

(4) xの2次方程式 $x^2+ax+14a-36=0$ の解の1つがaであるとき、aの値を求めなさい。ただし、 $a>0$ とします。

x=aを代入。a^2+a^2+14a-36=0, 2a^2+14a-36=0, a^2+7a-18=0, (a-2)(a+9)=0, a=2, a=-9, a>0より, a=2

(5) 右の図において、直線ℓは $y=-2x+8$ のグラフで、直線ℓとx軸、y軸との交点をそれぞれA、Bとします。また、線分AB上の点Pからx軸、y軸に下ろした垂線とx軸、y軸との交点をそれぞれC、Dとします。四角形PDOCが正方形となるときの点Pの座標を求めなさい。ただし、Oは原点とします。



点Pの座標を(t, -2t+8)とする。DP = t, CP = -2t+8。正方形になるとき、DP = CP。t = -2t+8, 3t=8, t=8/3。よって、x座標は8/3, y座標は-2*8/3+8=8/3。P(8/3, 8/3)

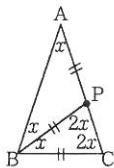
(6) 次の資料は、U中学校3年生10人の身長を測定した結果です。

157 172 149 155 169 175 161 142 165 155 (cm)

この資料の中央値を求めなさい。

10人の中央値は、大きい順に並べて5, 6番目の記録の平均。175, 172, 169, 165, 161, 157, 155, 155, 149, 142 (161+157)÷2=159, 159cm

(7) 右の図のような $AB=AC$ の二等辺三角形ABCで、辺AC上に点Pをとります。 $AP=PB=BC$ のとき、 $\angle A$ の大きさを求めなさい。

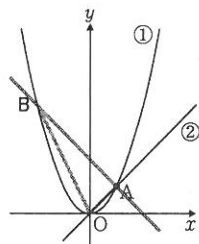


∠A=xとすると、△APBで、∠ABP=x。外角の性質で∠BPC=2x, △BPCで∠C=2x。∠B=∠Cだから、∠PBC=2x-x=x。△ABCでx+2x+2x=180°, 5x=180°, x=36°

(8) さいころを投げて、出た目の数をaとします。このとき、2次方程式 $x^2+ax-6=0$ の解について考えます。①の2つの解のうち少なくとも一方の解が整数である確率を求めなさい。

今回の場合、一方の解が整数ならば、もう一方も整数になる。よって、2つの解の積が-6なので、(-1,6), (-2,3), (-3,2), (-6,1)それぞれの和は5, 1, -1, -5なので、a=1,5のときは解が整数になる。よって確率は、2/6=1/3

(2) 右の図で、関数 $y=x^2$ のグラフを①、1次関数 $y=x$ のグラフを②とし、①と②の交点のうち、原点とは異なる点をAとします。また、点Aを通り傾きが-1である直線が、①と交わる点のうち、Aとは異なる点をBとします。このとき、次の問いに答えなさい。ただし、Oは原点とします。



(1) 点Bの座標を求めなさい。

①, ②からx^2=x, x^2-x=0, x(x-1)=0, x≠0よりx=1, y=1。よって、点Aは(1,1)。Aを通る傾き-1の直線は、y=-x+bに(1,1)を代入1=-1+b, b=2, y=-x+2。①, ③からx^2=-x+2, x^2+x-2=0, (x+2)(x-1)=0, x≠1よりx=-2, y=2+2=4。B(-2,4)

(2) △OABの面積を求めなさい。

直線ABの切片Cはy=-x+2よりC(0,2)。△OCB = 2*2*1/2=2, △OCA = 2*1*1/2=1。△OAB = 2+1=3

(3) 原点Oを通り、△OABの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

求める直線はABの中点Mを通る。M((-2+1)/2, (4+1)/2) = (-1/2, 5/2)。原点Oを通る直線の式なのでy=axに点Mの座標を代入。5/2 = -1/2*a, 1/2*a = -5/2, a=-5。y=-5x

(3) A君が、全コース30kmのトライアスロン大会に出場しました。トライアスロン大会とは、水泳、自転車、マラソンの3種目を続けて行う競技です。水泳を行う「水泳コース」では、2kmのコースを24分で泳ぎました。自転車で走る「自転車コース」では、時速30kmで走り、マラソンを行う「マラソンコース」では、時速10kmで走りました。その結果、3種目の合計時間は、1時間52分となりました。このとき、次の問いに答えなさい。ただし、各種目の切り替え時間は、考えないこととします。

(1) 「水泳コース」で、A君が泳いだ速さは時速何kmであるか求めなさい。

2kmを24分で。24分 = 24/60時間 = 2/5時間。2 ÷ (2/5) = 2 * 5/2 = 5。時速5km

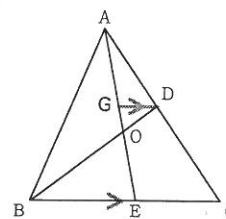
(2) 「自転車コース」の道のりは何kmであるか求めなさい。

自転車の道のりをxkm, マラソンの道のりをykm。x+y+2=30, x/30 + y/10 + 2/5 = 1 52/60。整理して、x+y=28, x+3y=44。②-① 2y=16, y=8。①に代入x+8=28, x=20。20km

(3) 全コースは30kmのまま、「自転車コース」の速さを時速a kmだけ増やすと、3種目の合計時間が10分短縮されることが分かりました。aの値を求めなさい。ただし、各コースの道のりは変わらないとします。

時速30kmで、自転車コースは20÷30 = 2/3時間 = 40分間。10分短縮するので、40-10=30分間。このとき速さは、20 ÷ (30/60) = 20 * 2 = 40km/h。よって、a=40-30=10

(4) 右の図のように、△ABCにおいて辺AC上に点Dを、辺BC上に点Eをそれぞれとり、線分BDと線分AEとの交点をOとします。AD:DC=5:6, BO:OD=11:4であるとき、次の問いに答えなさい。



(1) 点Dを通り辺BCに平行な直線を引き、線分AEとの交点をGとすると、DG:BEを求めなさい。

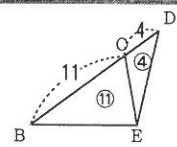
△ODG ∽ △OBE (平行線の錯角や対頂角が等しい) から DG:BE = OD:OB = 4:11

(2) BE:ECを求めなさい。

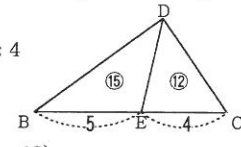
(1)より、DG=4a, BE=11aとする。△AGD ∽ △AEC (平行線の同位角や共通な角が等しい) から GD:EC = AD:AC。4a:EC = 5:11。5EC=44a, EC=44a/5。よって、BE:EC = 11a : (44a/5) = 55:44 = 5:4

(3) △BEOと四角形OECDの面積の比を求めなさい。

DEを結ぶ。BODを底辺とみて、△BEO:△DEO = BO:OD = 11:4。△BED = 11+4 = 15

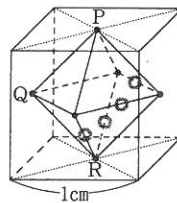


BECを底辺とみて、△BED:△CED = BE:EC = 5:4。△CED = 15 * 4/5 = 12



△BEO:四角形OECD = 11:(4+12) = 11:16

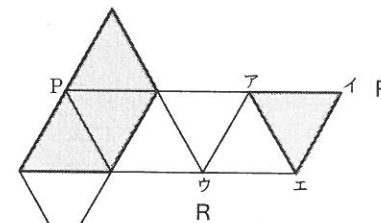
(5) 右の図のように、1辺の長さが1cmの立方体があります。この立方体の各面の対角線の交点を頂点とする立体をSとします。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) 立体Sで、辺を直線とみて、辺PQとねじれの位置にある辺は何本あるか答えなさい。

○印の4本

(2) 下の図は、立体Sの展開図です。点Pの位置が分かっているとき、点Rの位置を図のA~Eの中から1つ選び、記号で答えなさい。



色のついた部分が立体Sの上半分の正四角すいの側面なので点Rの位置はD

(3) 立体Sの体積を求めなさい。

立体Sを正四角すい2個とみて、底面は対角線が1cmの正方形、高さは1/2cmなので、立体Sの体積は、正四角すい×2 = (1*1÷2 * 1/2) * 2 = 1/6 cm^3

(別解) 元の立方体と比べて、正八面体を半分にした正四角すいは、底面積が1/2, 高さが1/2, 角すいの体積は角柱の体積の1/3なので、正四角すいは元の立方体の1/2 * 1/2 * 1/3 = 1/12倍。正八面体は正四角すい2個分なので1/12 * 2 = 1/6倍。よって、立体Sの体積は1/6 cm^3